

بسم الله الرحمن الرحيم

کلاس نکته و تست
نظریه زبان ها و ماشین ها

ابوالفضل گیلک

جلسه سیزدهم – فصل هفتم

ماشین های پشته ای

تست 1 تا 12

حل تست های 15 سال اخیر

ارشد – دکتری

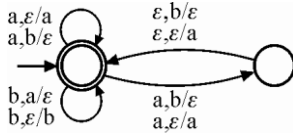
مهندسی کامپیوتر – علوم کامپیوتر

فصل 7

ماشین‌های پشته‌ای

تست‌های 1 الی 12

- 1- زبان پذیرفته شده توسط پذیرنده پشته‌ای (PDA) روبه‌رو، کدام گزینه است؟ $N_a(w)$ تعداد حرف a در رشته w را مشخص می‌کند. (مهندسی کامپیوتر - 1401)



$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_b(w) \leq N_a(w) \leq 3N_b(w)\} \quad (1)$$

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_a(w) \leq N_b(w) \leq 3N_a(w)\} \quad (2)$$

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_b(w) \leq N_a(w) \leq 2N_b(w)\} \quad (3)$$

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid N_a(w) \leq N_b(w) \leq 2N_a(w)\} \quad (4)$$

- 2- در خصوص زبان $L = \{a^n b^n a^m b^m : n \geq 5, m \geq 10\}$ کدام مورد درست است؟ (مهندسی کامپیوتر - 99)

- (1) زبانی مستقل از متن نمی‌باشد.
 (2) یک زبان مستقل از متن مبهم است.
 (3) یک زبان مستقل از متن قطعی است.
 (4) یک زبان مستقل از متن غیر قطعی است.

- 3- کدام گزینه درست است؟ (مهندسی کامپیوتر - 95)

$$L_1 = \{a^n c b^n\} \cup \{a^m d b^{2m}\}$$

$$L_2 = \{a^{2n} c b^{2m+1}\} \cup \{a^{2m+1} d b^{2n}\}$$

- (1) $L_1 \cap L_2$ یک زبان منظم است.
 (2) $L_1 \cap L_2$ مستقل از متن نیست.
 (3) $L_1 \cap L_2$ یک زبان مستقل از متن غیر قطعی است.
 (4) $L_1 \cap L_2$ یک زبان مستقل از متن قطعی است و منظم نیست.

- 4- کدام گزینه در مورد اتوماتون پشته‌ای صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 95)

- (1) برای هر اتوماتون پشته‌ای قطعی یک اتوماتون متناهی غیر قطعی معادل وجود دارد.
 (2) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از یک مقدار ثابت کوچک‌تر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.
 (3) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچک‌تر باشد، یک اتوماتون متناهی قطعی معادل وجود دارد.
 (4) برای هر اتوماتون پشته‌ای که مقدار حافظه مصرفی از پشته آن همواره از اندازه ورودی کوچک‌تر باشد، یک اتوماتون متناهی غیر قطعی معادل وجود دارد.

- 5- اگر در ماشین پشته‌ای (PDA) داده شده، برای هر ورودی هیچ‌گاه نمادی از روی پشته حذف نشود، زبان پذیرش با حالات نهایی این ماشین، (علوم کامپیوتر - 94)

- (1) مستقل از متن نیست.
 (2) نامنظم است ولی مستقل از متن قطعی است.
 (3) مستقل از متن قطعی نیست ولی مستقل از متن است.
 (4) منظم است.

- 6- کدام یک از زبان‌های زیر توسط، یک ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) قابل پذیرش است؟ (علوم کامپیوتر - 94)
- (1) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که هر عضو آن به صورت xx است.
 - (2) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول فرد است.
 - (3) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که شامل پرانتزهای متوازن است.
 - (4) زبان $L \subseteq \{a, b\}^*$ که شامل رشته‌های متقارن با طول زوج است.

- 7- کدام یک از موارد زیر درست است؟ (مهندسی کامپیوتر - 93)
- (1) هر گرامر خطی، گرامر منظم است.
 - (2) هر زبان خطی مستقل از متن قطعی است.
 - (3) هر زبان مستقل از متن غیرقطعی، ذاتاً مبهم است.
 - (4) هیچ زبان منظمی نمی‌تواند غیرقطعی و یا ذاتاً مبهم باشد.

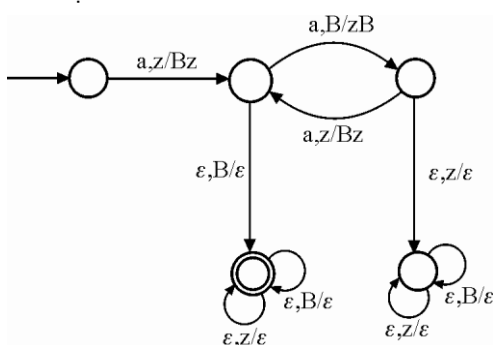
- 8- زبان $\{001^{3+1393n} : n \in \mathbb{N}\} \subseteq \{0, 1\}^*$ (علوم کامپیوتر - 93)
- (1) منظم است.
 - (2) مستقل از متن ولی منظم نیست.
 - (3) مستقل از متن قطعی (DCF) است ولی منظم نیست.
 - (4) مستقل از متن است ولی مستقل از متن قطعی (DCF) نیست.

- 9- کدام گزینه صحیح است؟ (علوم کامپیوتر - 93)
- (1) هر ماشین PDA قطعی حتماً λ -transition ندارد.
 - (2) هر ماشین PDA که λ -transition نداشته باشد یک ماشین قطعی (DPDA) است.
 - (3) هر زبان مستقل از متن می‌تواند با یک PDA با حداکثر دو حالت توصیف شود.
 - (4) هر PDA قطعی برای هر ورودی حتماً از مقدار متناهی از پشته (stack) خود استفاده می‌کند.

- 10- فرض کنید زبان $R = \{0, 1110, 000\}$ داده شده باشد. آنگاه برای هر PDA داده شده P که 0 و 1 در الفبای پشته آن باشد زبان L_P شامل تمام ورودی‌هایی است که P کل ورودی را خوانده و می‌تواند در حالتی قرار بگیرد که در آن لحظه محتوای پشته دقیقاً یکی از کلمات R (از بالا به پایین) است. آن گاه (علوم کامپیوتر - 93)
- (1) زبان L_P لزوماً مستقل از متن نیست.
 - (2) زبان L_P لزوماً منظم است.
 - (3) زبان L_P همواره مستقل از متن است ولی لزوماً قطعی نیست.
 - (4) زبان L_P لزوماً مستقل از متن قطعی است ولی لزوماً منظم نیست.

(مهندسی کامپیوتر - 92)

- 11- زبان پذیرنده اتوماتای پشته‌ای، توسط کدام گرامرها تولید نمی‌گردد؟



$$S \rightarrow aBaa \mid a\epsilon \quad (1)$$

$$aB \rightarrow aS \mid \epsilon$$

$$S \rightarrow aaB \quad (2)$$

$$aB \rightarrow aaaB \mid \epsilon$$

$$S \rightarrow aaB \mid a \quad (3)$$

$$aB \rightarrow aaB \mid \epsilon$$

$$S \rightarrow aB \quad (4)$$

$$B \rightarrow aaB \mid \epsilon$$

12- زبان‌های L_1 ، L_2 و L_3 در زیر تعریف شده‌اند. کدام یک از جملات زیر در مورد آنها نادرست است؟ (مهندسی کامپیوتر - 92)

$$L_1 = \{w^* : w = x \text{ and } x \in \Sigma^*\}$$

$$L_2 = \{ww^R ww^R : w \in (\Sigma + \Sigma)^*\}$$

$$L_3 = \{w : w = xy, x, y \in \Sigma^*, \text{ } y \text{ زیررشته‌ای از } x \text{ است}\}$$

(1) اتوماتای پشته‌ای وجود دارد که پذیرنده $L_2 \cap L_3$ باشد. (2) اتوماتای پشته‌ای وجود دارد که پذیرنده $L_2 \cup L_3$ باشد.

(3) اتوماتای پشته‌ای وجود دارد که پذیرنده $L_1 \cap L_3$ باشد. (4) اتوماتای پشته‌ای وجود دارد که پذیرنده $L_1 \cup L_2$ باشد.

پاسخ‌ها

فصل 7: ماشین‌های پشته‌ای

تست 1 الی 12

1- این تست حذف شده است.

کلید اولیه گزینه 4 بوده اما به دلیلی که خواهید دید این تست حذف شد... نکته مبهم این مساله مربوط به شرط پذیرش است. پذیرش در ماشین پشته‌ای به دو شکل تعریف می‌شود. پذیرش به شرط پشته خالی و پذیرش به شرط توقف در حالت نهایی. البته این دو شرط می‌توانند همزمان با هم نیز رخ دهند. در صورت سوال شرط پذیرش گفته نشده است. همچنین مشخص نشده که پشته در ابتدا خالی است یا نمادی مانند z بالای پشته قرار دارد.

حالت اول: فرض کنیم پشته در ابتدا خالی بوده و پذیرش هم به شرط توقف در حالت نهایی انجام می‌شود. حالت q_0 که حالت نهایی هم هست دارای قوانین انتقال $b, \varepsilon/b$ و $a, \varepsilon/a$ است. $w \in \{a, b\}^*$ هر چه باشد، با استفاده از همین انتقال‌ها در q_0 باقی می‌مانیم و w پذیرفته می‌شود. توجه کنید که ماشین غیرقطعی است کفایت یک مسیر به پذیرش منجر شود تا رشته را بپذیریم. پس $L = \{a, b\}^*$ و گزینه‌ها همه نادرستند.

حالت دوم: فرض کنیم طراح سوال، پذیرش توسط پشته خالی را مد نظر داشته باشد. رشته ab با انتقال‌های $a, \varepsilon/a$ و سپس $b, a/\varepsilon$ روی q_0 پذیرفته می‌شود. رشته abb نیز پذیرفته می‌شود: ابتدا با انتقال $a, \varepsilon/a$ به q_1 می‌رویم و با $\varepsilon, \varepsilon/a$ به q_0 برمی‌گردیم، حالا با دوبار استفاده از $b, a/\varepsilon$ در q_0 به پشته خالی می‌رسیم. بنابراین در زبان L رشته‌هایی داریم که $N_b(w) = N_a(w)$ و رشته‌هایی داریم که $N_b(w) = 2N_a(w)$. پس گزینه‌های 1 و 3 رد می‌شوند. از طرفی رشته $abbb$ توسط ماشین پذیرفته نمی‌شود در حالیکه گزینه 2 شامل آن است. پس گزینه 2 رد می‌شود. پس در این حالت با رد سایر گزینه‌ها به گزینه 4 می‌رسیم.

2- گزینه (3) صحیح است.

با توجه به فرم رشته‌ها و اینکه n, m غیرصفر هستند می‌توان ماشین پشته‌ای قطعی (DPDA) برای پذیرش این زبان طراحی کرد پس این زبان مستقل از متن قطعی است. هر زبان مستقل از متن قطعی، غیرمبهم است.

3- گزینه (4) صحیح است.

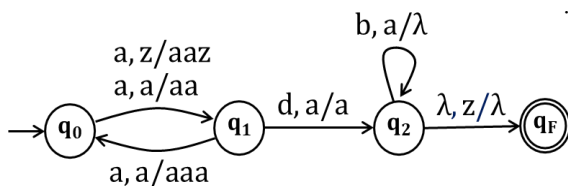
در همه مجموعه‌ها $n, m \geq 0$ است.

$$L_1 = \overbrace{\{a^n cb^n\}}^{A_1} \cup \overbrace{\{a^m db^{2m}\}}^{B_1} \quad L_2 = \overbrace{\{a^{2n} cb^{2m+1}\}}^{A_2} \cup \overbrace{\{a^{2m+1} db^{2n}\}}^{B_2}$$

اشتراک بین B_2 و B_1 و در رشته‌های به فرم $a^{2k+1} db^{2(2k+1)}$ است. (A_2 و A_1 رشته مشترک ندارند). بنابراین:

$$L_1 \cap L_2 = \{a^{2k+1} db^{2(2k+1)} : k \geq 0\}$$

در واقع رشته‌هایی در اشتراک هستند که به فرم $a^n db^{2n}$ برای n فرد باشند. این مجموعه نامنظم است اما می‌توان برای آن ماشین پشته‌ای قطعی طراحی کرد و این ماشین می‌تواند یک‌نوبته باشد پس این زبان، مستقل از متن، قطعی و خطی است.



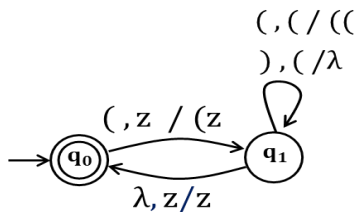
4- گزینه (2) صحیح است.

هر اتوماتون پشته‌ای قطعی با یک اتوماتون پشته‌ای غیرقطعی معادل است، اما نمی‌توان برای هر اتوماتون پشته‌ای قطعی یک اتوماتون متناهی غیرقطعی (NFA) معادل یافت چون بسیاری از زبان‌های مستقل از متن قطعی، منظم نیستند. (مانند $\{a^n b^n : n \geq 1\}$). پس گزینه ۱ نادرست است. گزینه ۲ درست است. هر ماشین پذیرنده‌ای که حافظه مصرفی آن از مرتبه $O(c)$ باشد با ماشین متناهی معادل است و توان محاسباتی‌اش مانند nfa و dfa است. گزینه ۳ نادرست است و مثال نقض دارد. زبان $\{a^n b^n : n \geq 1\}$ ماشین پشته‌ای پذیرنده‌ای دارد که مقدار حافظه مصرفی‌اش از طول رشته ورودی کمتر است. برای پذیرش رشته ورودی $w = a^n b^n$ کافی است a ها در پشته درج شده و سپس برداشته شوند. اما این زبان منظم نیست پس ماشین پشته‌ای مورد نظر، با هیچ ماشین متناهی معادل نیست. با همین مثال گزینه ۴ نیز رد می‌شود.

5- گزینه (4) صحیح است.

اگر هیچ‌گاه نمادی از روی پشته حذف نشود پس این ماشین به علامت‌های ذخیره شده در پشته دسترسی ندارد، در واقع این ماشین عملاً حافظه در دسترس ندارد. پس با ماشین متناهی معادل است. پس زبان مورد پذیرش این ماشین پشته‌ای زبانی منظم است.

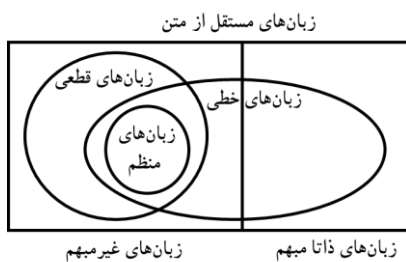
6- گزینه (3) صحیح است.



گزینه ۱ نادرست است. زبان $L = \{xx : x \in \Sigma^*\}$ حساس به متن است اما مستقل از متن نیست. پس ماشین پشته‌ای توان محاسبه آن را ندارد. گزینه‌های ۲ و ۴ مستقل از متن هستند اما مستقل از متن قطعی نیستند. پس ماشین پذیرنده npda دارند اما پذیرنده dpda ندارند. ماشین dpda پذیرنده گزینه ۳ به صورت مقابل است:

روش دیگر: زبان گزینه ۳ دارای گرامر نوع $LL(1)$ است و هر گرامر $LL(1)$ یک گرامر $LR(1)$ است. مجموعه زبان‌های دارای گرامر $LR(1)$ همان خانواده زبان‌های مستقل از متن قطعی هستند.

7- گزینه (4) صحیح است.



هر زبان منظم، غیرمبهم است. هر زبان منظم، قطعی است. پس گزینه ۴ صحیح است. درباره سایر گزینه‌ها: گرامرهای منظم، خطی هستند اما هر گرامر خطی، منظم نیست. پس گزینه ۱ نادرست است. خانواده زبان‌های خطی، هم دارای زبان‌های قطعی است هم زبان‌های غیرقطعی. زبانی مانند $\{a^n b^{2n} : n \geq 1\} \cup \{a^n b^n : n \geq 1\}$ نمونه معروف زبان‌های مستقل از متن غیرقطعی اما خطی است. خانواده زبان‌های خطی هم دارای نمونه‌های ذاتاً مبهم است هم نمونه‌های غیرمبهم پس گزینه‌های ۲ و ۳ نیز نادرست هستند.

8- گزینه (1) صحیح است.

این زبان با عبارت منظم $(l^{1393}l^3)^+ 0^2 1^3$ توصیف می‌شود؛ پس منظم است و هر زبان منظم، مستقل از متن قطعی است.

9- گزینه (3) صحیح است.

ماشین پشته‌ای قطعی نیز ممکن است دارای انتقال λ باشد؛ پس گزینه ۱ نادرست است. همچنین ماشین پشته‌ای غیرقطعی ممکن است انتقال λ نداشته باشد؛ پس گزینه ۲ نیز نادرست است. اگر مقدار حافظه مصرفی یک ماشین متناهی باشد ($O(c)$ باشد) توان محاسباتی‌اش با ماشین متناهی برابر است، در حالیکه توان محاسباتی pda قطعی، بیشتر از ماشین متناهی است پس گزینه ۴ نادرست است. اما گزینه ۳ صحیح است. برای هر زبان مستقل از متن یک npda با پذیرش توسط حالت نهایی وجود دارد که تنها سه حالت دارد و این سه حالت را می‌توان با استفاده از نمادهای بیشتر، به دو حالت کاهش داد.

10- گزینه (3) صحیح است.

فرض کنیم P ماشین پشته‌ای دلخواهی باشد که پذیرنده زبان L است. حالت نهایی ماشین P را به حالت غیرنهایی تبدیل کنیم سپس با افزودن حالات جدید و انتقال‌های جدید، ترتیبی دهیم که با خواندن رشته تهی از ورودی و خارج شدن رشته‌های عضو R از پشته، در نهایت به حالت نهایی با پشته خالی برسیم. در این صورت ماشین پشته‌ای P' به دست می‌آید که ممکن است قطعی یا غیر قطعی باشد و پذیرنده زبان L_p است. پس L_p مستقل از متن است اما لزوماً قطعی نیست.

11- گزینه (1) صحیح است.

ماشین پشته‌ای داده شده زبان $\{a^{2k+1} : k \geq 0\}$ را می‌پذیرد. گرامرهای گزینه‌های ۲ و ۴ نیز همین مجموعه $\{a^{2k+1} : k \geq 0\}$ را تولید می‌کنند. گرامر گزینه ۳ مجموعه $\{a^k : k \geq 1\}$ را تولید می‌کند؛ پس این گزینه تمامی رشته‌های زبان ماشین پشته‌ای را تولید کرده و حتی رشته‌های بیشتری را نیز تولید می‌کند. اما زبان گزینه ۱ برابر $\{a^k : k \bmod 3 \neq 0\}$ است؛ پس برخی رشته‌ها مانند a^3 که در زبان ماشین قرار دارند، توسط گرامر گزینه ۱ تولید نمی‌شوند؛ بنابراین گزینه ۱ جواب است.

12- گزینه (1) صحیح است.

زبان L_1 با Σ^* برابر است. همچنین در L_3 با انتخاب $y = \lambda$ متوجه می‌شویم که L_3 با Σ^* برابر است. پس L_1 و L_3 برابر Σ^* بوده و منظم هستند. پس L_2 هر چه باشد زبان‌های $L_2 \cup L_3$ ، $L_2 \cap L_3$ و $L_1 \cup L_2$ برابر با Σ^* هستند در نتیجه منظم و مستقل از متن هستند و برایشان ماشین پشته‌ای پذیرنده وجود دارد. زبان $L_2 \cap L_3$ برابر با L_2 است. درمورد L_2 یک ابهام در سوال وجود دارد. طراح الفبا را مشخص نکرده است، اگر $\Sigma = \{a\}$ تک الفبایی L_2 برابر با زبان منظم $L((a^4)^*)$ است؛ در این حالت همه گزینه‌ها درست بوده و تست غلط می‌شود. پس منظور طراح مجموعه الفبای دو نمادی یا بیشتر بوده. L_2 باید به صورت زیر تعریف می‌شد:

$$L_2 = \{ww^Rww^R : w \in (a+b)^*\}$$

با فرض $|\Sigma| \geq 2$ ، L_2 از نوع حساس به متن است ولی مستقل از متن نیست و گزینه ۱ نادرست است.

پیروز و سربلند باشید.

پایان جلسه سیزدهم نکته و تست